Pythagore (580–495 av. J.-C.) Le Magicien des nombres

« Tout est nombre »

Les dieux n'existent donc plus? Derrière les murs de Crotone où ils se sont réfugiés, les marchands rescapés attendent fébrilement que le Conseil décide de leur sort. Ils ont réussi à fuir, à quitter Sybaris et à en défier le maître, le roi Télys dont la richesse et le pouvoir sont tels qu'il n'a besoin d'aucun prétexte pour arracher sa fortune à n'importe quel étranger. Et voilà bien des proies faciles que ces commerçants de Crotone, la petite cité portuaire qui tente de se mesurer à la riche et grande Sybaris. Certes, Télys n'est pas le maître de la Grande Grèce, de ces provinces situées en Italie jusqu'à la Sicile dont les cités maritimes et marchandes prospèrent bien moins que la sienne. Mais n'est-ce pas là un bon moyen d'en finir? Crotone, c'est le reflet antagonique de Sybaris. D'un côté un ploutocrate, presque un tyran, pour diriger une cité devenue légendaire du temps même de son existence. Ses habitants, les Sybarites, vont même laisser leur nom dans l'Histoire. De l'autre côté, une proto-démocratie, dirigée par un conseil et plus proche des valeurs rigoristes de Sparte que de celles plus libérales et libérées de Sybaris. Télys a lancé un ultimatum. Que les marchands qui sont ses prisonniers lui soient rendus ou il prendra Crotone et en fera un tas de ruines. Le Conseil hésite. Crotone a-t-elle la force

de s'opposer à Sybaris? Ne faut-il pas mieux laisser ces marchands à leur propre sort? Les conseillers s'exclament, les propositions fusent et le dénouement funeste plane sur la tête des rescapés. Mais voici qu'un homme intervient, un homme grand, au port majestueux et lorsqu'il parle, il est écouté avec la plus grande des attentions car c'est un sage, un savant, et il se nomme Pythagore...

Pythagore apparaît dans sa quarantième année comme un rhéteur hors pair, homme de haute stature, drapé dans une grande robe blanche et capable de subjuguer une foule de deux mille personnes, prête à le suivre. Dans la ville dont il est originaire, Pythagore avait créé une école du savoir et de la pensée, l'Hémicycle, qui ne fut guère du goût de son tyran, Polycrate, qui décida donc de l'en chasser. Ses voyages l'avaient mené en Égypte voire en Babylonie avant de gagner l'Italie et la ville de Crotone à une époque où celle-ci, éclipsée par Sybaris, était en perte de vitesse sur le plan économique. Très vite accueilli par les hauts dignitaires du pouvoir, le conseil des mille citoyens, *le Synédrion*, Pythagore put à loisir développer ses idées et fonder une nouvelle école de pensée.

Les Pythagoriciens forment une secte religieuse basée sur des préceptes de moralité et d'ascèse, dévoués à l'exercice du corps et de l'esprit. Elle s'adresse à une élite plutôt fortunée capable de pouvoir prendre ses ablutions ou de faire sa gymnastique dans des lieux privés. Pythagore lui-même fait de son savoir un enseignement prisé, autorisé aux meilleurs et aux plus méritants. Dans les grades de son école, le cercle ésotérique est celui des auditeurs extérieurs, ceux qui n'accèdent pas à la personne du maître mais l'écoutent derrière un rideau. On les appelle les « acousmaticiens ».

Il faut du temps, de la patience et de la méditation pour accéder au savoir du maître dont l'aura est telle qu'on lui prête les plus incroyables pouvoirs. Ne dit-on pas de lui qu'il est ubiquiste, capable d'être à deux endroits en même temps? Nul doute que son savoir sur les nombres, l'harmonie de l'Univers, sa croyance en une vie meilleure après la mort, voire en une réincarnation, en fait un magicien et

un métempsycosiste doté d'un don de double vue. Le mage sait se « réincarner », prendre par la pensée possession du corps d'un autre (c'est l'art de la métempsycose) et utiliser sa double vue pour voir l'avenir. Pythagore possède la connaissance des nombres qui lui ont révélé certains secrets de l'Univers. Les plus persévérants pourront en juger, une fois entrés dans le cercle ésotérique, celui de ses proches collaborateurs autorisés à entrer en contact avec lui. Devenus mathématiciens après avoir franchi le voile, les voici à ses côtés prêts à découvrir son savoir. Et il est légendaire.

Après Thalès de Milet vient Pythagore de Samos. Le premier fut géomètre, travaillant sur les lignes dont on dit qu'elles lui ont permis de mesurer la hauteur de la grande pyramide de Khéops sans avoir besoin de la gravir. Pythagore s'intéresse aux nombres, à leur utilité et à leur signification. Dans le sable, le magicien trace des points qu'il dénombre, un, deux, trois, jusqu'à dix. Chaque nombre possède une signification symbolique, l'unité du 1, la dualité du 2, le retour à l'équilibre du 3, la justice incarnée du 4, le mariage et l'union du 5. En alignant ces nombres-points, il observe les figures qu'ils forment, un ensemble ou une discipline qu'on appelle aujourd'hui l'arithmogéométrie. Non loin de là se trouvent les origines de deux autres disciplines, l'arithmétique et la numérologie. Mais si Pythagore cherche un symbolisme dans le comportement de ces nombres illustrés, c'est pour pouvoir en percer les secrets.

On distingue ainsi les nombres triangulaires, 1, 3, 6 et 10 qui forment des séries de points qui s'organisent en triangle. Il suffit pour cela de faire une ligne à un, une ligne à deux, une ligne à trois points. 6 = 1 + 2 + 3 et 10 = 1 + 2 + 3 + 4. Pythagore distingue également de ces formes les qualités linéaire, plan et solide, définissant des figures à une, deux ou trois dimensions et en allant plus loin, y voit le vide, l'espace, la matière et leurs interconnexions.

Le 4 était le nombre de la justice car le carré parfait de côté 2 possède quatre points justement répartis. Mais le quatre indique également l'existence des nombres carrés : 4 et 9. Disposés en points sur le sable, ils forment des carrés dont le côté égale 2 pour 4 et 3 pour 9. Car $4 = 2 \times 2$ et $9 = 3 \times 3$. Pythagore voit au travers des nombres,

délimite des propriétés, ouvre de nouvelles perspectives, tant par sa maîtrise de l'addition que de la multiplication. En additionnant 1 + 3 pour 4 et 1 + 3 + 5 pour 9, Pythagore met en évidence les nombres pairs et impairs. Il est curieux de constater qu'en alignant les points d'un nombre triangle comme 6, on obtient la forme géométrique d'un triangle rectangle dans lequel le théorème de Pythagore va pouvoir s'appliquer.

S'il était connu des Sumériens et des Indiens qu'une relation reliait les surfaces et les longueurs de trois carrés disposés « en triangle », personne jusqu'à Pythagore n'en avait fait la démonstration. Mais pour le mage de Crotone, l'implication de cette relation allait bien plus loin qu'un moyen d'évaluer la longueur ou la surface d'un champ à arpenter. L'harmonie d'égalité entre le carré de l'hypoténuse et la somme des carrés des deux autres côtés du triangle permet d'écrire que $3^2 + 4^2 = 5^2$, un exemple parfait pour conforter la suprématie des nombres entiers, axiome sur lequel se basait une grande partie du savoir de l'école.

La science des nombres de Pythagore avait ainsi réussi à mener à plusieurs triomphes. La primauté des nombres entiers, leur utilisation sous forme de fractions pour décrire tous les autres nombres non entiers, repérer de la sorte les nombres premiers (divisibles à l'unité que par eux-mêmes) et même dénicher cette originalité que sont les nombres amis qui ont la même valeur que la somme de tous les nombres qui les divisent. L'idée de l'harmonie se révéla fondatrice dans l'élaboration d'une théorie musicale où interviennent les proportions.

L'autre grande découverte pythagoricienne fut celle des nombres irrationnels, ceux qui ne correspondent ni à un entier ni à un rapport de deux nombres. Cette découverte émergea de l'étude du théorème : que se passe-t-il si l'on cherche la longueur de l'hypoténuse pour un triangle rectangle dont les deux autres cotés valent 1? Autrement dit, que vaut $x^2 = 1^2 + 1^2$? Bien évidemment, l'on sait que le résultat vaut $x^2 = 2$. Mais alors que vaut x? L'insupportable réponse à cette question est un nombre, que l'on ne peut même pas encore écrire à l'époque, $(\sqrt{2})$ qui indique que la nature des nombres est donc « multiple. »

Si les irrationnels représentaient l'hérésie, la gamme pythagoricienne représentait l'une des plus grandes formes d'harmonie, basée notamment sur la définition de la quinte juste, base de la conception de gammes musicales occidentales. Qu'est-ce qu'une quinte? Pythagore la définit comme la nouvelle note obtenue à partir de la corde vibrante dont on modifie la longueur jusqu'à ce qu'elle face les ½ ou les ¼ de la longueur précédente. À l'origine de la musique se trouve donc une réalité physique : prendre, entre deux points tenus fermement, une corde que l'on cherche à faire vibrer en produisant un son régulier et identique que l'on appellera une note. En modifiant la longueur de la corde on modifie la note. Le nouveau son ainsi obtenu à l'aide de l'opération précédente est à la quinte du précédent, en étant plus aigu ou plus grave. Pour obtenir une quarte, l'opération à effectuer sur la corde est un facteur ¾ ou ¾ de la longueur initiale. En recommençant l'opération (ce sont là les principales opérations que s'autorise Pythagore) on obtient un ensemble de notes plus aiguës ou plus graves. On les rassemble alors de la longueur de la corde à son double ou de la longueur de la corde à sa moitié. En appliquant ce facteur 2, deux notes « identiques » sont ainsi séparées d'une octave. Le nombre de notes que l'on vient de ranger dans cette octave est de sept et elles forment une gamme.

Dans la gamme pythagoricienne la définition des notes est mathématique et physique et est établie sur une harmonie acoustique, une « consonance » à l'oreille. C'est le facteur 3 pour 2 (ou 2 pour 3) qui s'applique autant de fois que nécessaire à la longueur (ou à la fréquence) de la corde. Seul problème, les nombres obtenus dépassent parfois la longueur de la corde (c'est-à-dire l'octave) soit en dessous de sa moitié (octave supérieure) soit du double de sa longueur (octave inférieure). Pythagore applique alors un facteur et prolonge autant de fois la quinte juste à chaque note obtenue pour obtenir les notes d'une octave.

La gamme pythagoricienne présente ainsi 7 notes. L'application de la quinte juste permet de faire tourner toutes les notes, en obtenant également les dièses sur sept octaves mais avec de légers écarts par rapport à l'application du ton ou du demi-ton. Voilà pourquoi il existe

deux valeurs du demi-ton, l'apotome et le limma, qui permettent par exemple à la tierce de retrouver la note attendue (soit en appliquant la valeur mathématique de la tierce, c'est-à-dire monter de trois notes, soit en lui appliquant les valeurs des demi-tons).

Construction de la gamme pythagoricienne à partir de la note de DO							
		Valeur du ton		Quarte du DO	Quinte du DO		
Notation française	DO	RÉ	MI	FA	SOL	LA	SI
Valeur de la note en fraction du DO	1/1	<u>8</u> 9	<u>81</u> 64	<u>4</u> 3	3/2	<u>27</u> 16	<u>243</u> 128
Construction de la gamme à l'aide des fractions	DO = 1	$RE = \frac{9}{8}DO$	$MI = \frac{9}{8} RE$	$FA = \frac{4}{3}DO$	$SOL = \frac{3}{2}DO$	$LA = \frac{9}{8}SOL$	$SI = \frac{9}{8} LA$
	On passe du DO au RÉ en multipliant par la valeur de la note de DO C'est la valeur du ton qui permet de passer de DO à RÉ à MI			On passe du DO au FA en multipliant par la valeur de la note de DO. C'est une montée en quarte		On passe de SOL à LA à SI en appliquant la valeur du ton	

Pour construire la gamme: partir du DO et lui appliquer la valeur de la **quarte** et de la **quinte** « montantes ». On obtient ainsi le FA et le SOL. En montant d'une quinte on applique le facteur 2/3 et en descendant d'une quarte on applique le facteur 3/4. On obtient alors la valeur du RÉ à partir du DO puisqu'on monte de cinq notes et qu'on descend de quarte. RE vaut donc 9/8 du DO. C'est la valeur du ton. En appliquant la valeur du **ton** au RÉ, on obtient le MI. En l'appliquant au SOL, on aura le LA et en l'appliquant au LA on aura le SI.

Valeurs des demi-tons : si l'on applique le ton au SI on obtient $\frac{9}{8}x^{\frac{243}{128}} = 2,13$ au lieu de 2, valeur du DO à l'octave du premier. On passe alors du SI au DO à l'aide d'un demi-ton. L'application des demi-tons permettra de trouver les valeurs des dièses et des bémols dans une gamme. Au final l'octave = 7 notes + 2 demi-tons...

DE L'HARMONIE AU CHAOS (510-509 AV. J.-C.)

Le savoir de Pythagore ne s'explique pas toujours aussi clairement que ses mathématiques ou son acoustique. Il touche également à l'Univers qu'il nomme Cosmos, à la médecine, aux croyances religieuses d'une vie après la mort, sans parler de la numérologie et de la « Société des Nombres ». Dans celle-ci, le 5 allait jouer lui aussi un rôle particulier. Le 5 signifiait l'union de la femme (2) et de l'homme (3). Il incarne également la naissance des pentagones que l'on peut retrouver sous forme arithmogéométrique mais aussi d'une étoile à cinq branches (constituée d'un cœur pentagonal et de cinq triangles, symbole de la confrérie). Le 6 représentait la communion entre Dieu (1), la femme (2) et l'homme (3) avec 6 = 1 + 2 + 3. Quant au 7, il était le nombre réservé à l'opportunité.

À Crotone, les Pythagoriciens avaient eu l'opportunité de montrer leur savoir et leur influence, de pouvoir donner leur opinion sur les pratiques et les mœurs de la cité. L'importance de Pythagore allait de pair avec le mécontentement que ses pratiques suscitaient. Les Pythagoriciens discutaient une part de la médecine établie, refusaient les saignées et la cautérisation, les sacrifices sanglants aux dieux, ne mangeaient pas certaines viandes, ni œufs, ni fèves. Si des dissensions surgissaient entre acousmaticiens et mathématiciens, celles qui opposaient les initiés aux non-initiés étaient bien plus dangereuses pour la secte car parmi les ennemis du mage se trouvaient des notables qui furent refusés à faire partie de ses disciples, ce qui leur donnait une motivation certaine à écarter Pythagore et les Pythagoriciens du pouvoir.

Lorsque l'affaire des réfugiés de Sybaris survint, Pythagore découvrit que la majorité des sénateurs étaient décidés à les abandonner sans vergogne à leur sort funeste. Pythagore vint prendre la parole et la défense des cinq cents marchands et accabla Télys et Sybaris. Il est plus que vraisemblable que la grande éloquence du mage fit son effet et décida finalement les Crotoniates à s'opposer à leurs rivaux.

La guerre fut déclarée (-510) et Crotone rassembla 100 000 soldats avec à la tête des premières lignes, leur champion, Milon. Plusieurs fois vainqueur aux Jeux Panhélleniques, Milon avait gagné ses trophées à Olympie, Corinthe, Némée, Delphes, à la lutte, à la course de char, aux épreuves de force à une époque où nulle place n'était faite aux seconds et où il amassa ainsi une quinzaine de titres, dominant les jeux durant une vingtaine d'années. Le vainqueur de tous les jeux de son temps, vêtu de sa couronne olympique, d'une peau de lion

et d'une massue à la semblance d'Héraclès se dressait du haut de sa puissante et musculeuse stature, à la tête des troupes de Crotone, prêt à en découdre. Les deux armées se jetèrent sur le champ de bataille, le ciel noirci des nuées de projectiles et des cris des hommes et des entrechoquements des épées et des boucliers emplissant l'air d'un grondement assourdissant. Milon et ses hommes réussirent à ouvrir une brèche permettant aux Crotoniates d'enfoncer une partie des défenses adverses puis poussant leur avantage, réussirent à faire reculer les Sybarites. En déroute et en retraite, les envahisseurs refluèrent jusque derrière les murs de leur cité, à présent menacés et envahis par les Crotoniates.

La cité finit par tomber (-509). On massacra les Sybarites, on renversa les murailles, on détruisit les demeures et on détourna les eaux du fleuve Crathis pour submerger les cadavres et les ruines dans la boue marécageuse. Et Sybaris disparut. Quelques rescapés réussirent à s'enfuir à Poséidonia ou à Scidrus, ruminer leur défaite, macérer leur haine et leur désir de revanche, attendant l'opportunité qu'offre parfois le destin d'assouvir une vengeance aveugle et sanglante, se terrant pour ne pas entendre le triomphe de Crotone et celui de son mage, Pythagore. Sybaris fut occupée et Crotone put vivre en paix. Mais au Synédrion, certains s'interrogèrent encore sur cette victoire remarquable. Pour beaucoup, la victoire sur Sybaris était la victoire de Pythagore sur le Sénat et l'influence des Pythagoriciens dans toutes les sphères du pouvoir de la cité. Si l'on se félicitait d'avoir vaincu Sybaris, nul n'oubliait que l'idée de défendre les cinq cents marchands fut de Pythagore. Nul n'oubliait non plus que Milon, le grand stratège, le héros de Crotone, était aussi un Pythagoricien. Sa légende d'ailleurs était liée à celle du mage. Un jour que Pythagore enseignait, le plafond de la salle se fissura menaçant de s'effondrer. Milon le supporta sur son dos le temps que tout le monde sorte, réussissant lui aussi à échapper à une mort certaine.

À la suite de cette grande victoire, il fut de nouveau question de disputer le pouvoir aux élites en place et de démocratiser les votes au Sénat. En ce sens, Cylon, qui fut un orateur du niveau de Pythagore, réussit à obtenir le vote des basses classes à la magistrature. Cette